

Konstrukce čtyřúhelníků

Úkol: V softwaru Geogebra sestrojte v dané polorovině čtyřúhelníky a diskutujte počet řešení v závislosti na kladném reálném parametru t .

Úloha 1: Rovnoběžník ABCD: $a = 10$ cm, $|\sphericalangle BAC| = 45^\circ$, $|BD| = t$ cm,

- Řešte pro $t = 8$.
- Řešte s kladným reálným parametrem t a proveďte diskusi.

Úloha 2 – úloha pro pokročilé:

Lichoběžník ABC: $a = 8$ cm, $v = 6$ cm, $|AC| = 7$ cm, $|BD| = t$ cm

- Řešte pro $t = 8$.
- Řešte s kladným reálným parametrem t a proveďte diskusi.

Postup:

- Zapište zadání do školního sešitu. Udělejte náčrtek, zapište postup konstrukce pro daný parametr t , sestrojte a zapište počet řešení v dané polorovině.
- V softwaru Geogebra sestrojte řešení úlohy s kružnicí k zadanou středem B a bodem (s proměnlivým poloměrem). Poloměr kružnice k zvolte tak, aby kružnice měla s přímkou dva průsečíky stejně jako v úloze a).
- V softwaru Geogebra měňte velikost poloměru kružnice a pozorujte počet řešení jejich tvar.
- Zapište do sešitu svá pozorování v závislosti na kladném reálném parametru t , který určuje velikost poloměru kružnice k .

Metodické poznámky k řešení pracovního listu:

- řešení konstrukčních úloh můžete doprovázet náčrtky a zápisy konstrukcí na tabuli, nebo úlohu zadat studentům jako práci ve dvojicích
- práci se softwarem Geogebra doprovázejte společnou konstrukcí na tabuli nebo interaktivní tabuli
- společně diskutujte poznatky závislosti počtu řešení na velikosti parametru t

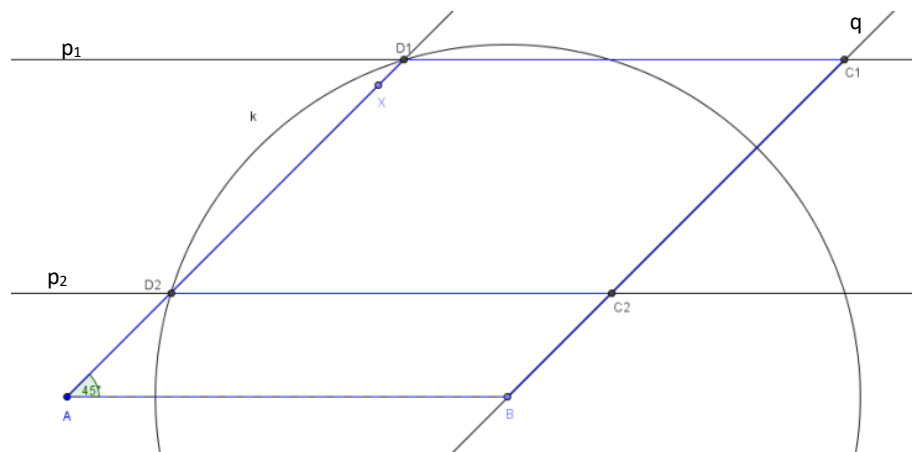
ŘEŠENÍ:

Úloha 1: Rovnoběžník ABCD: $a = 10 \text{ cm}$, $|\sphericalangle BAC| = 45^\circ$, $|BD| = t \text{ cm}$

- c) Řešte pro $t = 8$.
- d) Řešte s kladným reálným parametrem t a proveďte diskusi.

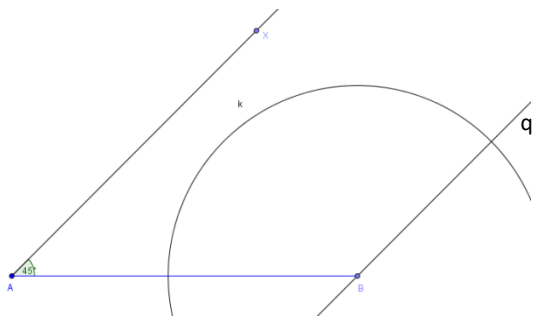
a) Zápis konstrukce:

- AB ; $|AB| = 10 \text{ cm}$
- $\sphericalangle BAX$; $|\sphericalangle BAX| = 45^\circ$
- k ; $k(B; 8 \text{ cm})$
- D ; $D \in k \cap \rightarrow AX$
- p ; $p \parallel AB \wedge D \in p$
- q ; $q \parallel AD \wedge B \in q$
- C ; $C \in p \cap q$
- rovnoběžník ABCD

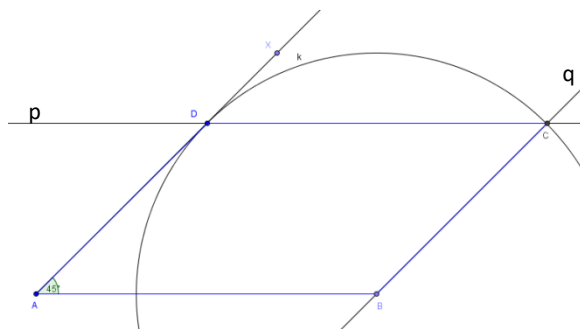


... dvě řešení rovnoběžník ABC_1D_1 , rovnoběžník ABC_2D_2

b) Diskuse (počet řešení v dané polorovině):



- $t \in (0; 5\sqrt{2}) \Rightarrow 0$ řešení



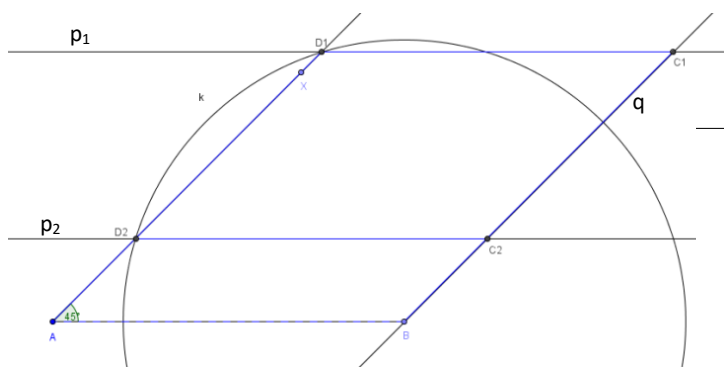
- $t \in \{5\sqrt{2}\} \Rightarrow 1$ řešení

Otázka pro studenty:

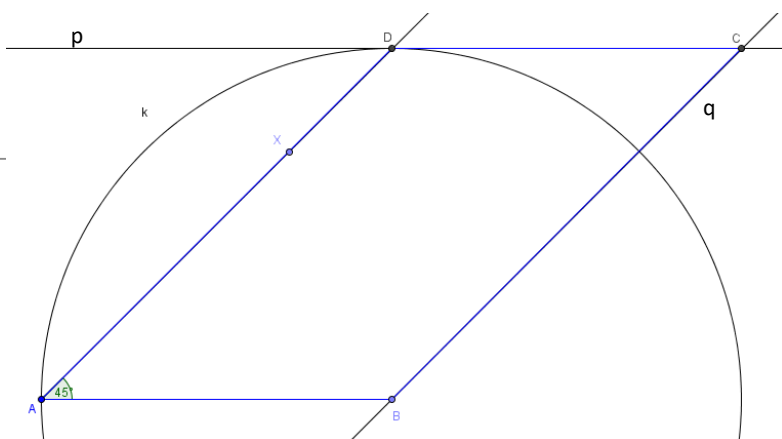
Pro jaký parametr t bude mít úloha jedno řešení?

Odpověď:

Úloha má jedno řešení pro parametr $t = 5\sqrt{2}$, protože platí $|AD| = |BD| = |BC| = 5\sqrt{2}$ cm, a pro všechny parametry $t \geq 10$ (viz níže).



- $t \in (5\sqrt{2}; 10) \Rightarrow 2$ řešení



- $t \in (10; \infty) \Rightarrow 1$ řešení

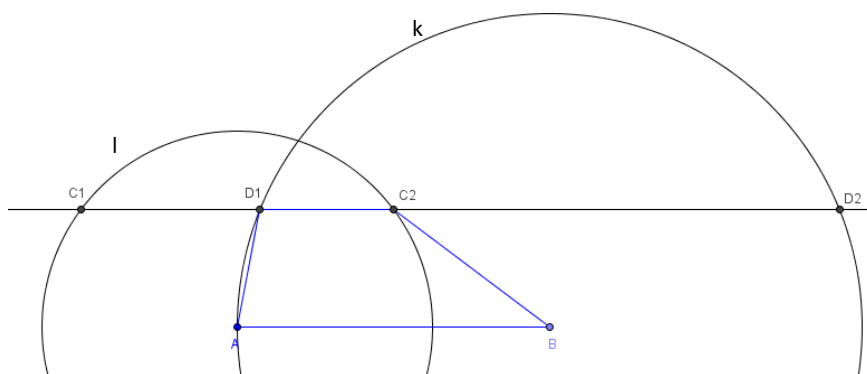
ŘEŠENÍ:

Úloha 2: Lichoběžník ABC: $a = 8 \text{ cm}$, $v = 3 \text{ cm}$, $|AC| = 5 \text{ cm}$, $|BD| = t \text{ cm}$

- Řešte pro $t = 8$.
- Řešte s kladným reálným parametrem t a proveďte diskusi.

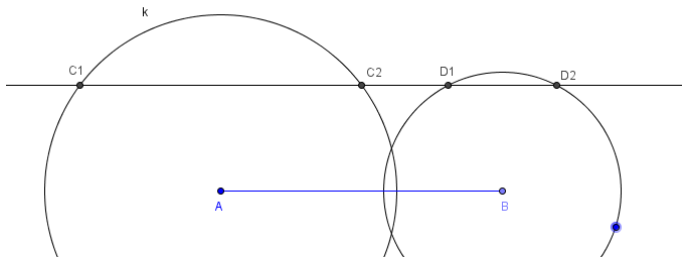
a) Zápis konstrukce:

- AB ; $|AB| = 8 \text{ cm}$
- p ; $p \parallel AB \wedge |p, AB| = 3 \text{ cm}$
- l ; $l(A; 5 \text{ cm})$
- C ; $C \in p \cap l$
- k ; $k(B; 8 \text{ cm})$
- D ; $D \in p \cap k$
- lichoběžník $ABCD$



... jedno řešení lichoběžník ABC_2D_1

b) Diskuse (počet řešení v dané polorovině):



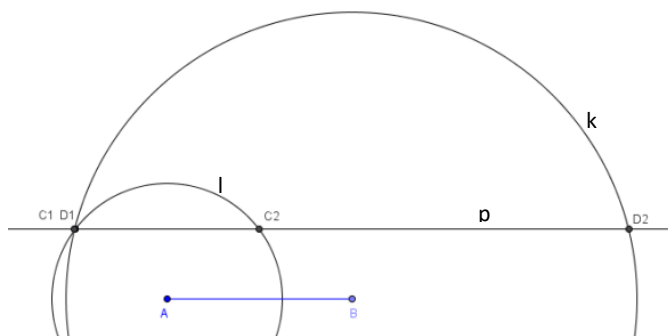
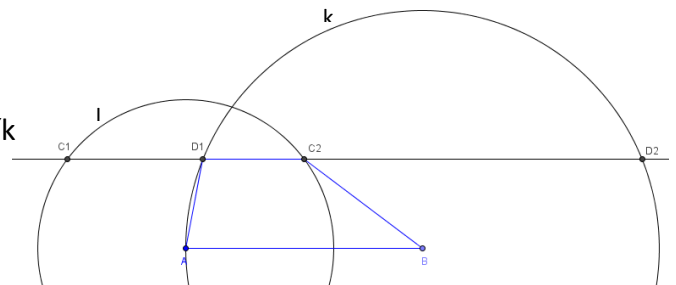
- $t \in (0; 5) \Rightarrow 0$ řešení
- $t \in (5; x) \wedge x = |BC_1| = |BD_1| \Rightarrow 1$ řešení

Otázka pro studenty:

Nastane někdy případ, že ABC_2D_1 bude rovnoběžník a tudíž úloha nebude mít řešení?

Odpověď:

NE, ABC_2D_1 je rovnoběžník pouze v případě, že $D_1 = C_1$, tzn. $|BC_1| = |BD_1| = x$ (viz další bod).



- $t \in \{x\} \Rightarrow 0$ řešení
(protože $|BC_1| = |BD_1|$)
- $t \in (x; \infty) \Rightarrow 2$ řešení

Otázka pro studenty:

Nastane někdy případ, že ABC_2D_1 nebo ABC_1D_1 bude rovnoběžník a tudíž úloha bude mít pouze jedno řešení?

Odpověď:

ANO, čtyřúhelník ABC_1D_1 bude rovnoběžník právě tehdy, když $|BC_1| = |AD_1|$.

